



**Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации**
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
**«Калужский государственный университет
им. К.Э. Циолковского»**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ,
ПРОВОДИМЫХ УНИВЕРСИТЕТОМ САМОСТОЯТЕЛЬНО
для лиц, имеющих среднее профессиональное образование,
для поступления по программам бакалавриата и специалитета**

«Прикладная математика и начала анализа»

Программа составлена в пределах освоения образовательных программ среднего профессионального образования на базе основного общего образования с учетом требований федеральных государственных образовательных стандартов и получаемой специальности среднего профессионального образования.

Содержание программы

I. ОСНОВНЫЕ УМЕНИЯ И НАВЫКИ

Экзаменуемый должен уметь:

1. Выполнять арифметические действия над числами, а также тождественные преобразования многочленов, дробно-рациональных выражений, выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические функции.

2. Строить графики линейной, степенной, квадратичной, показательной, логарифмической и тригонометрической функций.

3. Решать уравнения, неравенства, системы уравнений или неравенств первой и второй степени, а также содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

4. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

5. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.

6. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.

7. Пользоваться понятием производной при исследовании функций и построении их графиков.

8. Пользоваться понятием интеграла при вычислении площадей плоских фигур и вычислении объемов многогранников и тел вращения.

ОСНОВНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ПОНЯТИЯ, ФАКТЫ

Арифметика, алгебра и начала анализа

1. Натуральные числа (\mathbb{N}). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

2. Целые числа (\mathbb{Z}). Рациональные числа (\mathbb{Q}), их сравнение, сложение, вычитание, умножение, деление.

3. Действительные числа (\mathbb{R}), их представление в виде десятичных дробей.

4. Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

5. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

6. Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

7. Логарифмы и их свойства.

8. Одночлен и многочлен.

9. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

10. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, множество значений функции.

11. График функции. Возрастание и убывание функции, четность, нечетность, периодичность.

12. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции, необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума функции. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

13. Определения и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n (n \in N)$, $y = k/x$, показательной $y = a^x, a > 0$, логарифмической, тригонометрических $\sin x, \cos x, \operatorname{tg} x, \operatorname{ctg} x$, арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

14. Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

15. Неравенства. Понятие о равносильных неравенствах. Решения неравенства.

16. Системы уравнений и неравенств. Решение систем.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

18. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

19. Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta; \cos \alpha \pm \cos \beta$.

20. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

21. Производные функций.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная. Длина отрезка, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые. Окружность, круг.

2. Векторы, операции над векторами.

3. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

4. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Средняя линия треугольника. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

5. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

6. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

7. Центральные и вписанные углы.

8. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
9. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
10. Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.
11. Плоскость. Параллельность прямой и плоскости. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
12. Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.
13. Двугранный угол. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
14. Многогранник. Его вершины, ребра, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы, пирамида. Правильная призма и правильная пирамида, параллелепипед, прямой параллелепипед, прямоугольный параллелепипед, куб.
15. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
16. Формула площади поверхности и объема призмы.
17. Формула площади поверхности и объема пирамиды.
18. Формула площади поверхности и объема цилиндра.
19. Формула площади поверхности и объема конуса.
20. Формула объема шара.
21. Формула площади сферы.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ТЕОРЕМЫ

Алгебра и начала анализа

1. Свойства функции $y=ax+b$ и ее график.
2. Свойства функции $y=k/x$ и ее график.
3. Свойства функции $y=ax^2+bx+c$ и ее график.
4. Формула корней квадратного уравнения.
5. Теорема Виета (прямая и обратная).
6. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
7. Свойства числовых неравенств.
8. Логарифм произведения, степени, частного.
9. Определение и свойства функций $\sin x$, $\cos x$, их графики.
10. Определение и свойства функции $\operatorname{tg} x$ и ее график.
11. Определение и свойства функции $\operatorname{ctg} x$ и ее график.
12. Решение уравнений вида $\sin x=a$, $\cos x=a$, $\operatorname{tg} x=a$, $\operatorname{ctg} x=a$.
13. Формулы приведения.
14. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
15. Формулы тангенса суммы и разности двух аргументов.
16. Тригонометрические функции двойного и половинного аргумента.
17. Производная суммы двух функций.
18. Производная произведения двух функций.
19. Производная частного двух функций.

Геометрия

1. Свойства равнобедренного треугольника.
2. Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.
3. Признаки параллельности прямых.
4. Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.
5. Свойства средних линий треугольника и трапеции.
6. Признаки параллелограмма, его свойства.
7. Окружность, вписанная в треугольник.
8. Окружность, описанная около треугольника.
9. Свойство касательной к окружности.
10. Измерение угла, вписанного в окружность.
11. Признаки подобия треугольников.
12. Теорема Пифагора.
13. Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.
14. Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.
15. Признак параллельности прямой и плоскости.
16. Признак параллельности плоскостей.
17. Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.
18. Теорема перпендикулярности прямой и плоскости.
19. Теорема о трех перпендикулярах.
20. Признак перпендикулярности двух плоскостей.

II. ПРОЦЕДУРА ПРОВЕДЕНИЯ ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ

Форма проведения вступительного испытания – письменное тестирование.

Максимальное количество баллов – 100 баллов.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания – согласно правилам приема.

Тестирование состоит из двух разделов, включает в себя тестирования открытого и закрытого типа.

III. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ ПРИ ПОДГОТОВКЕ АБИТУРИЕНТОВ

1. Математика: учебно-практический справочник. Каплун А.И. Р. на Д. 2014. – 240с
2. Семенов, Яценко, Трепалин: Математика. Решение заданий повышенного и высокого уровня сложности. Как получить максимальный балл. Подробнее: <https://www.labyrinth.ru/books/469695/>

3. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГЭ. Высший балл. Ерина Т.М. (2017, 352с.)
4. ЕГЭ. 100 баллов. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка в ЕГЭ. Экзамен. Лаппо Л.Д., Попов М.А. (2021, 210с.)
5. ЕГЭ, Математика, Геометрия, Стереометрия, Задача 14 (профильный уровень), Гордин Р.К.. (2018, 128с).
6. ЕГЭ 2022. Математика. Задачи прикладного содержания. Задача 7 (профильный уровень). Задача 8 (базовый уровень). Рабочая тетрадь. Гушин Д. Д.; Малышев А. В. (2022, 80с)
7. ЕГЭ 2023. Математика, Профильный уровень, Книга 2. Мальцев Д.А., Мальцев А.А., Мальцева Л.И. (2023, 232с)

IV. ПРИМЕЧАНИЕ

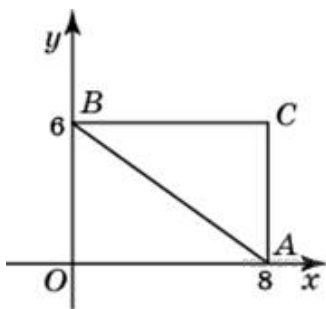
Программа вступительных экзаменов по математике ориентирована на программу общеобразовательных классов, хотя уровень некоторых заданий выше среднего. Хотелось бы предостеречь абитуриентов от типично допускаемых ошибок. Так, при решении уравнений часто не отделяются посторонние корни, особенно в иррациональных уравнениях, где они могут входить и в область определения. И, наоборот, при сокращении или умножении на выражение с неизвестным не рассматривается возможность равенства его нулю, в результате чего могут произойти потери корней, а при переходе к новому основанию логарифмов не рассматривается возможность равенства его единице. При решении неравенства умножали или делили на выражение с переменной, хотя оно могло принимать и положительные, и отрицательные значения. В частности, отбрасывали знаменатель, содержащий переменную и не имеющий постоянного знака, а также возводили в квадрат неравенство, части которого могли принимать или имели отрицательные значения. В стереометрических задачах, где дан угол между плоскостями, многие поступающие указывали его наугад, вместо того чтобы обоснованно найти линейный угол. Нередко допускались утверждения без логического их обоснования (если это требует задание). Следует иметь в виду, что необязательно описывать свои действия, но необходимо обосновывать свои утверждения. Многие неплохие работы были испорчены тривиальными ошибками, сделанными по невнимательности. Советуем абитуриентам активнее использовать самоконтроль по ходу решения и тщательную самопроверку законченной части работы.

ПРИМЕР ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

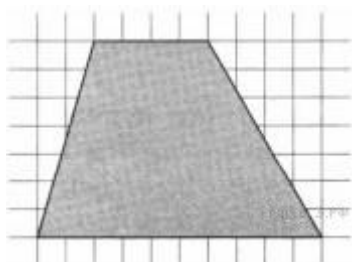
В заданиях 1-10 запишите ответ около задания.

1. Футболка стоила 500 рублей. После снижения цены она стала стоить 390 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

2. Решите уравнение $9^{3+x} = 1,8 \cdot 5^{3+x}$.

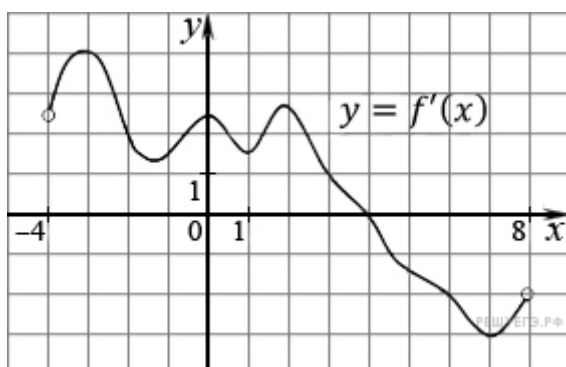


3. Найдите абсциссу центра окружности, описанной около треугольника, вершины которого имеют координаты $(8; 0)$, $(0; 6)$, $(8; 6)$.



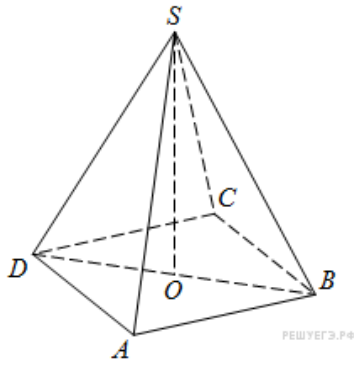
4. План местности разбит на клетки. Каждая клетка обозначает квадрат 10×10 м. Найдите площадь участка, изображённого на плане. Ответ дайте в м^2 .

5. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село в магазин за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?



6. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-4; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-2; 6]$.

7. Площадь треугольника ABC равна 12. DE — средняя линия этого треугольника, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABDE$.



8. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ точка O – центр основания, S – вершина, $SB = 13$, $AC = 24$. Найдите длину отрезка SO

9. Найдите значение выражения $2^{\sqrt{5}+12} \cdot 2^{-5-\sqrt{5}}$.

10. В таблице указаны средние цены (в рублях) на некоторые основные продукты питания в трех городах России (по данным на начало 2010 года).

Наименование продукта	Липецк	Ставрополь	Ярославль
Пшеничный хлеб (батон)	14	11	15
Молоко (1 литр)	23	20	26
Картофель (1 кг)	13	13	9
Сыр (1 кг)	215	215	240
Мясо (говядина)	240	230	230
Подсолнечное масло (1 литр)	44	44	58

Определите, в каком из этих городов окажется самым дешевым следующий набор продуктов: 5 кг картофеля, 3 кг говядины, 0,5 кг сыра. В ответ запишите стоимость данного набора продуктов в этом городе (в рублях).

11. Турист, прибывший в Санкт-Петербург, хочет посетить 4 музея: Эрмитаж, Русский музей, Петропавловскую крепость и Исаакиевский собор. Экскурсионные кассы предлагают маршруты с посещением одного или нескольких объектов. Сведения о стоимости билетов и составе маршрутов представлены в таблице.

Номер билета	Посещаемые объекты	Стоимость (руб.)
1	Эрмитаж	300
2	Эрмитаж, Русский музей	1450
3	Исаакиевский собор	350
4	Петропавловская крепость, Исаакиевский собор	1300
5	Русский музей	350

6	Петропавловская крепость, Русский музей	1600
---	--	------

Какие маршруты должен выбрать путешественник, чтобы посетить все четыре музея и затратить на все билеты наименьшую сумму?

В ответе укажите какой-нибудь один набор номеров маршрутов без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

В заданиях 12-16 запишите полностью решение.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 16\cos x - \frac{102}{\pi}x + 41$ на отрезке $\left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right]$.

13. Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

14. Решите неравенство: $\log_{x+6} \left(\frac{x-4}{x}\right)^2 + \log_{x+6} \frac{x}{x-4} \leq 1$.

15. В треугольнике ABC известны стороны: $AB = 7$, $BC = 8$, $AC = 9$. Окружность, проходящая через точки A и C , пересекает прямые BA и BC соответственно в точках K и L , отличных от вершин треугольника. Отрезок KL касается окружности, вписанной в треугольник ABC . Найдите длину отрезка KL .

16. Два брокера купили акции одного достоинства на сумму 3640 р. Когда цена на эти акции возросла, они продали часть акций на сумму 3927 р. Первый брокер продал 75% своих акций, а второй 80% своих. При этом сумма от продажи акций, полученная вторым брокером, на 140% превысила сумму, полученную первым брокером. На сколько процентов возросла цена одной акции?