



**Министерство науки и высшего  
образования Российской Федерации**  
Федеральное государственное бюджетное  
образовательное учреждение высшего образования  
**«Калужский государственный университет  
им. К.Э. Циолковского»**

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНЫХ ИСПЫТАНИЙ,  
ПРОВОДИМЫХ УНИВЕРСИТЕТОМ САМОСТОЯТЕЛЬНО  
ПО ПРОГРАММАМ ПОДГОТОВКИ НАУЧНЫХ И НАУЧНО-  
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ КАДРОВ В АСПИРАНТУРЕ**

**1.2. Компьютерные науки и информатика**

1.2.2. «Математическое моделирование,  
численные методы и комплексы программ»

## **Введение**

В основу настоящей программы положены сведения из ряда отраслей наук, описывающих функционирование и перспективы развития современных отраслей информатики и вычислительной техники. При сдаче кандидатского экзамена следует ориентироваться только на те разделы программы, которые соответствуют выбранному в диссертации направлению.

### **Вопросы к вступительному экзамену**

#### **Математический анализ**

1. Доказательство счетности множества рациональных чисел, несчетности множества действительных чисел.
2. Доказательство теоремы Вейерштрасса о пределах монотонной ограниченной последовательности.
3. Вывод первого замечательного предела, вывод второго замечательного предела.
4. Признак Коши сходимости положительного ряда. Сравнение признаков Коши и Даламбера.
5. Вывод табличных производных и доказательство правил дифференцирования.
6. Доказательство формулы Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
7. Другие формы остаточного члена.
8. Доказательство интегрируемости непрерывной на отрезке функции.
9. Доказательство формулы Ньютона-Лейбница.
10. Доказательство необходимого условия локального экстремума функций нескольких переменных, доказательство достаточного условия локального экстремума.
11. Вычисление кратного интеграла по брусу.
12. Доказательство признака Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда.
13. Разложение функции в ряд Тейлора.

#### **Алгебра и аналитическая геометрия**

14. Определитель, его свойства, правило Крамера.
15. Ранг матрицы, его вычисление. Критерии совместности системы линейных уравнений.
16. Решение однородных систем линейных уравнений, фундаментальная система решений.
17. Действия с матрицами, существование обратной матрицы.
18. Комплексные числа, модуль, аргумент, формула Муавра. Извлечение корней  $n$ -ой степени из комплексного числа.

19. Линейное пространство; базис, размерность. Подпространство.
20. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.  
Характеристический многочлен.
21. Квадратичные формы, их матрицы, эквивалентность, квадратные формы. Приведение к диагональному виду.
22. Закон инерции квадратичных форм, критерий положительной определенности.
23. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов, их геометрические приложения.
24. Уравнения плоскости и прямой в пространстве.
25. Канонические уравнения эллипса, гиперболы; параболы с выводом одного из них.

### **Дифференциальные уравнения**

26. Теорема существования и единственности задачи Коши для уравнений и систем.
27. Решение линейных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
28. Линейные однородные системы. Фундаментальная система решений.
29. Линейные неоднородные системы.
30. Понижение порядка линейной однородной системы. Сопряженные системы.
31. Решение линейных систем с постоянными коэффициентами.
32. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.
33. Линейные системы с периодическими коэффициентами.
34. Устойчивость линейных систем с периодическими коэффициентами.
35. Метод функций Ляпунова.
36. Устойчивость по первому приближению.
37. Фазовые портреты линейных автономных систем на плоскости.
38. Фазовые портреты нелинейных автономных систем на плоскости.
39. Виды траекторий автономных систем. Векторное поле.
40. Механическая интерпретация автономных систем или траекторий.
41. Структура решений автономной системы в окрестности неособой точки.
42. Первые интегралы. Регулярные возмущения. Существование решения возмущенной задачи.
43. Сингулярные возмущения. Уравнение с малым параметром при старшей производной.
44. Теорема о предельном переходе (теорема Тихонова).
45. Построение асимптотики фундаментальной системы решений для линейного уравнения второго порядка с малым параметром при старшей производной.
46. Метод усреднения.

## Компьютерные технологии

47. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
48. Численное дифференцирование и интегрирование.
49. Численные методы поиска экстремума.
50. Вычислительные методы линейной алгебры.
51. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.
52. Принципы проведения вычислительного эксперимента.
53. Модель, алгоритм, программа.
54. Алгоритмические языки.
55. Представление о языках программирования высокого уровня.
56. Пакеты прикладных программ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1: учебник для вузов: В 2 ч. В.А. Зорич - М.: МЦНМО, 2007.
2. Архипов Г.И., Садовничий В.А. Чубариков Лекции по математическому анализу: Учебник для вузов. - М.: Высшая школа, 2000.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру: Учебник для ун-тов. - М.: Физматлит, 2004
4. Глухов М.М. Алгебра и аналитическая геометрия: Учебник для вузов. - М.: Гелиос АРВ, 2005
5. Курош А.Г. Курс высшей алгебры: Учебник для вузов. - СПб., М., Краснодар: Лань, 2005
6. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. для вузов. - М.: Физматлит, 2006 (Реком. МО)
7. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения: учеб. для вузов. - М.: Физматлит, 2005 (Реком. МО)
8. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной: учеб. для вузов. - М.: Физматлит, 2004 (Реком. МО).
9. Арнольд В.И. Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений.— М.: МЦНМО, 2002.
10. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование Идеи. Методы. Примеры. - М.: Физматлит, 2005.
11. Турчак Л. И., Плотников П.В. Основы численных методов: Учебное пособие для вузов.-М.: Физматлит, 2003.
12. Окулов С.М. Основы программирования. – М.: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002.
13. Окулов С.М. Программирование в алгоритмах. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2004.

**Критерии оценки научного сочинения претендующего на обучение  
в аспирантуре**

При оценке представленной научной работы целесообразно обратить внимание на следующие моменты:

- четкость обоснования работы и проработки ее цели и задач;
- характеристика материала работы;
- обоснованность выбора методики анализа материала;
- тщательность анализа материала;
- обоснованность выводов работы, их соответствие цели и задачам, материалу;
- стиль, доступность изложения и владение понятийным аппаратом;
- оформление работы (использование графики и компьютерной техники и т. п.)

### Минимальное количество баллов

- По программам аспирантуры (специальная дисциплина) – **40 баллов**;

### Примеры тестовых заданий

#### Математический анализ

1. Найти  $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x}$ .
2. Найти  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sin \sqrt{x+1} - \sin \sqrt{x})$ .
3. Найти  $\lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{\sin x}{|x|}$ .
4. Сколько асимптот имеет график функции  $y = \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|$ .
5. Найти точки разрыва функции  $y = \frac{1}{x^2 + x + 1} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x}$ .
6. Найти производную функции  $y = x^{-x^2}$ .
7. Найти уравнение нормали к параболе  $y^2 = 2px$  в точке  $M(x_0, y_0)$ .
8. Найти интервалы возрастания и убывания функции  $y = \ln(x^2 + 1)$ .
9. Найти стороны прямоугольника наибольшей площади, который можно вписать в эллипс  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ .
10. Найти интервалы выпуклости и вогнутости кривой  $y = xe^x$ .
11.  $z = \ln \left( \operatorname{tg} \frac{y}{x} \right)$ . Найти  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ .
12. Найти  $\int \frac{x dx}{2x^4 + 5}$ .

13. Найти  $\int \frac{3x-1}{x^2-4x+8} dx$ .

14. Вычислить  $\int_1^e x \ln x^2 dx$ .

15. Определить площадь фигуры, заключённой между линиями  $y = 0,5x^2$ ,  $x = y^2$ .

16. Найти область сходимости ряда с  $a_n = \frac{1}{n^x}$ .

17. Исследовать сходимость ряда с  $a_n = n!(x-5)^n$ .

### Алгебра и аналитическая геометрия

1. Показать, что треугольник с вершинами  $A(-3, -3)$ ,  $B(-1, 3)$ ,  $C(11, -1)$  прямоугольный.
2. Вычислить расстояние от точки  $M_0(0, -2, 9)$  до прямой  $x = 6+10t$ ,  $y = -3+11t$ ,  $z = 2+2t$ .
3. Найти расстояние между точками  $M_1(\rho_1, \Theta_1)$  и  $M_2(\rho_2, \Theta_2)$ .
4. Составить уравнение множества точек, равноудалённых от точек  $A(1, 1)$  и  $B(3, 3)$ .
5. Какая линия определяется параметрическими уравнениями  $x = \cos t$  и  $y = \cos^2 t$ .
6. Составить уравнение окружности, проходящей через точки  $A(5, 0)$  и  $B(1, 4)$ , если её центр лежит на прямой  $x + y - 3 = 0$ .
7. Какая линия определяется уравнением  $xy + 2x - 4y - 8 = 0$ .
8. Найти объём треугольной пирамиды с вершинами  $A(2, 2, 2)$ ,  $B(4, 3, 3)$ ,  $C(4, 5, 4)$  и  $D(5, 5, 6)$ .
9. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(3, -1, -5)$  и перпендикулярной плоскостям  $3x - 2y + 2z + 7 = 0$  и  $5x - 4y + 3z + 1 = 0$ .
10. Какая поверхность определяется уравнением  $4x^2 - y^2 + 4z^2 - 8x + 4y + 8z + 4 = 0$ ?

### Дифференциальные уравнения

1. Решить уравнение  $y' + \frac{xy}{1-x^2} = \arcsin x + x$ .
2. Решить уравнение  $x = y' + \ln y'$ .
3. Найти частное решение уравнения  $y'' = xe^{-x}$ , удовлетворяющее начальным условиям  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 0$ .
4. Найти общее решение уравнения  $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}$ .
5. Решить уравнение  $1 + (y')^2 = yy''$ .

## Компьютерные технологии

1. Методом хорд найти положительный корень уравнения  $x^4 - 2x - 4 = 0$  с точностью до 0,01.
2. Методом касательных найти положительный корень уравнения  $x^4 - 2x - 4 = 0$  с точностью до 0,01.